

確率についての書簡 I

—パスカルからフェルマーへ—

岡 部 毅

ハンガリーの数学者 ALFRÉD RÉNYI によるオリジナルタイトル “Leveiek a Valószínűségéről” の独語訳 “Briefe über die Wahrscheinlichkeit” (Béla Lay und Ludwig Boll, nuter Mitarbeit uon Anna Lange) (1969, 1972) を本訳者がフェルマー、パスカルについて付録を追加し、注釈を行ったものである。

フェルマー (Fermat) 1601~1665

フランスのトゥールーズ (Toulouse) の近くに生れてトゥールーズで市議員を、そして法律に従事するアマチュアの数学家である。ディオファントスの「算術」を愛読し、その中のピタゴラスの数、 $x^2 + y^2 = z^2$ に出会ったとき、その拡張として “ $x^n + y^n = z^n$ n :自然数、を満足する x 、 y 、 z の整数値は $n > 2$ のときは存在しない” というフェルマーの定理を提出した。彼はこの証明を愛読書の余白に書き込もうとしたが、その証明は余りにも長くて書き切れなかったので、その余白には “私はこの一般的定理の誠に驚くべき証明を発見したが、この余白では狭ますぎて書けない” と書き込んだ。その後フェルマーがなくなってから、この問題は全く忘れられていたがずっと後になってフェルマーの遺稿を整理していた人が偶然にその余白の書き込みを見つけた。そこでどこかその証明が書き残してないかと家中を捜したが、ついにその証明は見つからなかった。そこでこの問題は有名になりフェルマーの死後 100年後になってオイラーが $n=3$ のときを証明し、 $n=4$ の場合はフェルマーが他の所で証明していることがわかった。その後 n の特殊な値 ($n=3$ 、 4 、 5 、 7 、 14 等) については証明されたが、一般の場合には証明することが出来なかった。そのためこの問題は増々有名となり、1850年パリ学士院は懸賞金3000フランをかけて解法を募集したがやはり駄目だった。その後50年が経過してドイツでは10万マルク (約3000万円) をかけて大懸賞を出したが未だ解法されていない。世の人はこの問題と呼んで「フェルマーの大定理」という。それは未解決であるが、ほとんど正しいことが予測されているからである。はたしてフェルマーはこの定理を完全に証明したのであろうか？。

パスカル (Blaise Pascal) 1632~1662

1623年6月19日クレルモン・フェルラン (Clermont - Ferrand) に生れ、16才で円錐曲線に内接する六角形に関する有名なパスカルの定理を発表し、彼はこの定理から 400個以上の系を出したので人々はこの図形を「神秘の六角形」と呼んで驚嘆した。18才のとき計算機を発見し、現在の計算機の始祖といわれ、この計算機はライブニッツによって改良された。一度彼は健康を害したが、フェルマー (Fermat) との文通が始まり解折幾何学や物理学へと転換して、音の原理およびその理論、液体の圧力に関するパスカルの原理を発見し、有名なパスカルの三角形をも考案した。1654年には賭博師ド・メレ (Chevalier de Mere) から質問された確率の問題に端を発してフェルマーとの文通により確率論の基礎が築かれた。その後一時遁世して宗教に親しんだが再び1658年に数学に戻り、サ

イクロイドの研究、シュスイット派に反抗する手紙と「冥想録」を書いて1662年8月19日永眠した。〔幾何学大辞典 岩田至康編 横書店〕

シメール¹ (Chemeres) 、1966年4月1日²

ブタペスト大学 アルフレッドレニー教授殿

親愛なるレニー殿

パスカルの没後 300年祭の会議がクレルモン - フェラン³ (Clermont - Ferrand) で行われた際の1962年6月9日の私達の間話題についていまでもってあなた様に思い出してもらえるでしょうか、今またそのときの話題にもどることをどうかお許し下さいませ。

この会議の参加者達はこの日パスカルの義兄ペリエ⁴が1648年10月19日にパスカルの計画した空気圧実験を行ったブイ・デ・ドームの山頂に遠足に行きました。私達が山頂のレストランのテラスでコーヒーを飲み、すばらしい眺めを満喫する合間に当然のことがら私達はパスカルのこと、特に彼は科学の発展に何でもって最大の影響を与えたのか、気体力学と流体力学の研究でなのか、または最初の計算機の作成でなのか、または微積分の領域でなのか、または確率論を完成したということによってなのかという問題について話し合いました⁵。

その話題の中で私は、パスカルがメルゾン (Mersenne) によって創立されたパリー学士院 (その後 Le Poilleur によって指導された) あてに1654年に手紙を書き、その中で彼の研究のうちすでに終りかけてすぐに学士院に提出しようと意図していた論文のリストを載せていた手紙のことに言及いたしました。

そのリスト中にパスカルは全く新しい、そしてそれまで体系的に取り扱われてないテーマ、偶然の数学、というものについての論文名を挙げています。そのときわずか数行でもってパスカルはこの意図した論文の内容を述べているということから、パスカルは上述の彼による新しい学問—確率論—に関して原理的に基本的な意味を全く完全に知っていたのであるということを示し上げました。

さらに、パスカルはこの意図した論文を公けにしなかったということ、とくに確率論についての記述によるわずかな彼の論述はフェルマーあての手紙に非常に短かく述べられ、その他では Chevalier de Méré の問題⁶の解法 (それと関係する組合せの問題に) に限られているがために大変残念であるということをつけ加えて申し上げました。私達がパリー学士院あてのパスカルの手紙を知らなかったならば、パスカルとフェルマーは新しい科学の基礎を築き、そしてそれでもって私達の全科学的世界観を変えてしまうことができた発展へと導いたのだということ私達は決して知りえなかったであります。

あなた、レニー殿はそのことについて、パスカルは確率についての考えを記述的に論述しなかったということは全くありえないことだとお答えになり、この消息不明の手稿を捜すことを続行すべきであると提案されました。人物・その人の業績調査では類をみない程に多くの人達によって彼の書き残したものについて色々調査しつくされ、私個人におきましても彼の彼の記録集の中でパスカルの更なる手稿を調べるのに数年を費いやし、何ら述べるべき成果を得なかったということ述べました。あなたは自分の考えを固持され、そして当時としては当然であったように、パスカルはこのはつきりとはしていない彼の研究を手紙という形で書き残したかも知れないと、つまり私達の知っているパスカルからフェ

ルマーへの「サイコロ遊び」についての手紙は多分このテーマについての唯一の手紙ではないであろうし、そしてその書簡交換は多分引き続き行なわれたであろうし、フェルマーの遺稿の中にパスカルの他の手紙を捜し求める代りにパスカルの残した印刷された手稿の中にだけ捜し求めたが故に多分にこれまで成果が上りえなかったのであろうという推測を述べられました。

あなたの忠告は実際にありそうなことだと当時は私にも思えたものでしたが、私は他の事に非常に強く気をとられていましたので、あなたの考えつきを真剣に実行に移して、調査しえなかったし、私が1966年初頭に個人的な用事でツールワーズに旅行しなければならなかったそのときまで、一度たりともあなたの忠告について思いをはせませんでした。

本当の偏屈者で弧り者の叔父が死に、私が彼の土地財産について 300年前に行なわれた裁判記録を公けにするという条件のもとにツールワーズでの彼の土地財産を私に遺言で残しました。私は単なる義務感からではなく、私の家族の歴史には常に強い興味を持っていましたので、私の叔父の最後の望みを満してやろうと思いました。この目的のために私はこの年の1月にツールワーズに向けて旅立ち、そして1660年頃の裁判記録を市役所の記録集の中に捜し求めました。すでに申し上げたように私は多年にわたってパスカルの手稿の研究に時間を費やしその結果彼の筆跡については各文字にわたって自分自身の筆跡よりもよく知っています。そのようなわけでフェルマーのサインのある公文書をも含んだ公文書録をめくっている際にパスカルの筆跡による手紙を手にし、そしてすぐにその筆跡がパスカルのものであることを知りえたとしても驚きになることはありません。いかなる興奮の炎におそわれたかということをお想像願えると思います。私はその公文書録を早朝まで離さず、飲むことも食べることも忘れて、この記録文書をめぐり続け、パスカルからフェルマーあての3つの手紙を見つけ出すことが出来ました。この3通の手紙はフェルマーの死後、彼の家で発見された公式の裁判公文書録の中に何かの間違いから偶然に入り込んでしまい、そして 301年間もの間誰れにも注意を払われなかったところの公文書録の中にとじ込められてしまったのだということが後になって私には理解されました。そのようなわけで、全く偶然に科学的にもまた科学史的にも非常に大きな意味をもったこの手紙を所有するところとなったのであります。この発見は何ら私の手柄なのではなく、単に幸運だったのであります。パスカルは確率についての仕事は書簡の形でフェルマーあてに書き送られその結果フェルマーの遺稿の中にこの書簡を捜し求めねばならないだろうという推測を述べられた最初の方があなたでありました。それ故に、私の考えではこの手紙を公開するのは全くあなたの権限であろうと思います。私はここに手紙の写しを同封します。この手紙を私は徹底的に点検はしましたが、でもこの手紙を印刷に付せるべく作業をあなた1人でやってもらい完成してもらおうべく御願いしたいと思います。

多分に私の希望はあなたをびっくりさせるものでありましようが、しかしその理由をお話しすれば理解してもらえるものと思います。なんとすれば私は記録の中にまたフェルマーの筆跡になる整数論の内容をもった数枚の書きものを発見いたしました。これらはほとんど文章なしのほぼ完全に公式のみで書かれています、勿論文章はなくともこの計算はフェルマーの大定理と関係していることははっきりしています。今私は日夜この文書の判読に努めています。つまり私はフェルマーの紛失した彼の定理の証明を見つけ出すことが出来るか、またあるいはフェルマーは自分の定理を全く証明はしなかったのか、つまり彼

の思う証明が誤りであって、そして彼の晩年になって自分の証明の誤りに自ら気付いたのかを確認出来ることを希望しているものです。この問題を解決させるまでは他の何事ともかかわりたくないという程にこの問題は私はを引きつけて離さないということをあなたには理解してもらえるものと信じます。私がパスカルの手紙を発見したとき、最初詳細なエッセイでもってこの手紙を公開しようと思っていました。しかし私がこのエッセイの草稿にとりかかる前に私の手にフェルマーの文書が偶然に手に入ってくることとなり、それ以来ずっとそのことにだけかかり切っています。この数枚の書きものの謎が判明されたあかつきに、はじめておそらく計画せるパスカルの手紙についてのエッセイを草稿すべく暇になるものと思います。しかし私はパスカルの手紙の公開を延び延びにはしたくないので、これらの手紙の可能な限りの早急なる公開にお力添えをお願いする次第であります。

私の親愛なるあなたに前もって心よりのお礼を申し上げます。

あなたを心より敬愛する

ヘンリー・トゥロベリアン

(Henri · Trouverien)¹⁰

コンチブロー (Contebleu)¹¹ 大学 数学史教授

ブタペスト、1966年4月10日

ヘンリー・トゥロベリアン (Henri Trouverien) 教授殿

親愛なるトゥロベリアン殿

私はあなたの4月1日付の親切な手紙、ならびにパスカルの手紙を有難く受取りました。当然のことではありますが、私は心からあなたのご希望にそいたいと思います。この手紙を最初に発見なさったあなたが、このことがいかなる経過で起ったのかを明らかにすることをお望みであったかを科学の世界の前に明らかにするために、パスカルの手紙と共にあなたの手紙を公けにすることをお許し願いたいと思います。フェルマーの文書の判読¹²の作業にあなたを専心させることが私の務めであろうと思っています。私と私の仲間全てはあなたの判読の成功を心より希望していますし、その結果についてもまた私達は非常に大きな興味を寄せています。今ひとつ私はあなたに質問をしたいと思っています。つまりパスカルの手紙へのフェルマーの返信を見出す可能性がいくらかでも存在するとの望みをお持ちでしょうか。

敬 具

アルフレッド・レニー

シメール、1966年5月3日

ブタペスト大学・アルフレッド・レニー教授殿

親愛なるレニー殿

私はあなたの4月10日付の手紙に対して心よりのお礼を申し上げます。パスカルの手紙を公開することをあなたに納得してもらうことに成功したことを、そしてそれでもって私はこの手紙の早急なる公開の義務感から開放され、その結果私の全精力をフェルマーによる文書の判読に集中できることを心より喜んでおります。この判読は残念ながら当初思っていたよりも大変難しいものです。というのはフェルマーは全く独特の記号を用いてい

て、そのためにいまだもって最初の部分の判読をも出来ずにいます。勿論のことながら私の以前の手紙（もしあなたがお望みならばこの手紙をも）とパスカルの手紙と一緒に公開しようというあなたの意図には何ら反対するべきもありません。フェルマーの返信に関しては、フェルマーの返信を見つけ出せるという希望は全然持ちえていません。パスカルの死後、彼の姉ジルベルト・ピエリエは彼の遺稿を管理しました。そしてパスカル自身の手になる書きものは全て慎重にやそればかりかコピーまでして保存されたのでありますが、残念なことには姉ジルベルト・ピエリエはパスカルあての全ての書簡を廃棄してしまったのです。そこで私達はただパスカルの答えからのみフェルマーの手紙を推測しえるのみであります。

真なる友人関係にあるあなたの友

ヘンリー・トゥロベリアン

註

- 1； 架空、空想という仏語でこのような地名は実在しない。
- 2； ハンガリアにも“エイプリル・フル”は存在するのだろうか？
- 3； パスカルの出生地、南フランスの一角に位置する。
- 4； パスカルは姉ジルベルトと1人の姉をもち妹は早く修道院に行く。ペリエはジルベルトの夫
- 5； パスカルの項参照。
- 6； パスカルの項参照。賭博師とは云っても現代のようなギャンブラーでなく、17世紀の社交の1つである「カード遊び」や「サイコロ遊び」の場に入出入りする貴族である。
- 7； フェルマーは法律に従事していたので、色々な裁判に関係する公文書にサインしている。
- 8； フェルマーの項参照。
- 9； フェルマーの項参照。
- 10； 仏語のTrouve（=find）とrien（=nothing）を合成したもので、“つまりフェルマーあてのパスカルの書簡やフェルマーの大定理の証明らしきものを私は何にも見つけ出したのではありません”ということ。「名前」としてもじったものである。
- 11； 仏語のConte（メルヘン）とbleu（青い）の合成語で“青いメルヘン”大学、すなわちこのような大学はしない。
- 12； 「フェルマーの大定理」の証明の解説。